# Tronc commun Sciences BIOF

## Série N°4 : Arithmétique dans IN (la correction voir 😊 http://www.xriadiat.com/ )

**Exercice 1**(*) **:** VRAI ou FAUX ?

♣ Si un nombre est divisible par 2 alors il est aussi divisible par 6.
♣ Si un nombre est divisible par 6 alors il est aussi divisible par 2.
♣ Un nombre est divisible par 5 et par 2 est nécessairement divisible par 10.
♣ Un nombre est divisible par 9 et par 4 est nécessairement divisible par 6.
♣ Le nombre 11111111123 est divisible par 3

**Exercice 2 :** (*) Déterminer les chiffre $x$ et $y$ pour que :

1) Le nombre : $M = 95x2x31x$ soit divisible par 3 et aussi un nombre impair. (Déterminer tous les nombres possibles)
2) Le nombre : $N = 12x34y6$ soit multiple de 4 et de 9 (Déterminer tous les nombres possibles)

**Exercice 3 :** (*) 1) Donner la décomposition en facteurs premiers des nombres suivants et préciser quand il s'agit d'un nombre premier : 104 ; 3196 ; 1156 ; 863 et 189.
2) En déduire le : PGCD et le PPMC des nombres 3196 et 1156
3) Quel est le plus petit nombre par lequel il faut multiplier 104 pour obtenir un carré parfait ?
4) Rendre la fraction $\frac{3196}{1156}$ irréductible
5) Calculer $\frac{41}{3196} + \frac{21}{1156}$

**Exercice 4 :** 1) Déterminer la parité des nombres suivants : $A = 5^{2021} + 6^{2022}$ ; $B = 2n^2 + 6n + 120$ ; $C = 4n^2 + 2n + 5$ ; $D = (n+3)(n+4) + 2023$ ; $E = (n+2021) + (n+2022)$ ; $F = 5n^2 + n$ .
2) $a$ ; $b$ et $c$ trois nombres consécutifs déterminer la parité de : $a+b+c$ et $a \times c$

**Exercice 5 :** Soit n et k deux entiers naturels.
1) Montrer que si $n = 5k + 2$ alors $n^2 + 1$ est divisible par 5.
2) Montrer que la somme de cinq nombres entiers consécutifs est un multiple de 5.
3) Montrer que la somme de trois nombres pairs consécutifs est un multiple de 6.
4) Montrer que la somme de trois nombres impairs consécutifs est un multiple de 3.
5) n, m et k trois entiers naturels, montrer que si $3n + 2m$ et $7n + 5m$ sont deux multiples de k alors n est multiple de k

**Exercice 6 :** 1) Sans calculer les nombres suivants sont-ils premiers ?
$A = 49 \times 13 + 7$ ; $B = 5 \times 2 \times 23 + 2022$ ; $C = 11 \times 45 + 44$
2) a) 19² est -il premier ? b) 317 est -il premier ?

**Exercice 7 :** Soit $n \in \mathbb{N}$ on pose : $A = 5^{n+2} - 5^n$ ; $B = 3^{n+3} + 3^n$
1) Décomposer $A$ en produit de facteurs premiers puis montrer qu'il est divisible par 6
2) Décomposer $B$ en produit de facteurs premiers puis montrer qu'il est divisible par 14
3) En déduire $A \wedge B$ et $A \vee B$

**Exercice 8 :** (**) Soient : $x$ ; $y$ ; $a$ et $b$ des entiers naturels et soit $d \in \mathbb{N}$
1) Montrer que : si $d$ divise $x$ et $d$ divise $y$ alors $d$ divise $ax + by$ et $d$ divise $ax - by$ ( $ax \succ by$ )
2) On pose : $x = 5n + 3$ et $y = 7n - 1$ avec $n \in \mathbb{N}$
Montrer que : tout diviseur de $x$ et $y$ est un diviseur de 26.

**Exercice 9 :** (**) Soient : $n \in \mathbb{N}$ et $m \in \mathbb{N}$ et on pose : $N = (n + 4m)^2 - n^2$
Montrer que : $N$ est un entier naturel divisible par 8

**Exercice 10 :** (***) Soit $n \in \mathbb{N}^*$
1) Montrer que : $n^2 + 3n + 4$ et $n^2 - 3n + 4$ sont des nombres pairs.
2) Montrer que : le nombre $n^4 - n^2 + 16$ est un multiple de 4

**Exercice 11 :** (***) :
Déterminer tous les couples $(x; y)$ de nombres entiers naturels qui vérifient la relation : $x^2 - y^2 = 51$

*C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.*